

CHUYÊN ĐỀ 3: LŨY THỪA TRONG SỐ TỰ NHIÊN

CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO

- DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

a. $4^{10} \cdot 8^{15}$

b. $4^{15} \cdot 5^{30}$

c. $\frac{2^{10} \cdot 13 + 2^{10} \cdot 65}{2^8 \cdot 104}$

d. $(1 + 2 + 3 + \dots + 100) \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37)$

e. $19991999 \cdot 1998 - 19981998 \cdot 1999$

f. $\frac{101+100+99+98+\dots+3+2+1}{101-100+99-98+\dots+3-2+1}$

g. 6^{3^1}

h. 3^{2^3}

i. $\frac{11 \cdot 3^{22} \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2}$

j. $9! - 8! - 7! \cdot 8^2$

k. $27^{16} : 9^{10}$

- DẠNG 2: TÌM CHỮ SỐ TẬN CÙNG

Bài 1: Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

1. 74^{30}

2. 49^{31}

3. 87^{32}

4. 58^{33}

5. 23^{35}

6. 2^{101}

7. 3^{19}

8. $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20}$.

Bài 2: Tìm hai chữ số tận cùng của các số sau:

a. 51^{51}

b. 99^{99}

c. 6^{666}

- **DẠNG 3: SO SÁNH LŨY THỪA VỚI LŨY THỪA**

a) 27^{11} và 81^8

b) 625^5 và 125^7

c) 5^{36} và 11^{24}

d) 3^{2n} và 2^{3n}

e) 5^{23} và 6.5^{22}

f) 199^{20} và 2003^{15}

g) 3^{99} và 11^{21}

- **DẠNG 4: TÌM GIÁ TRỊ CỦA SỐ TỰ NHIÊN**

Bài 1: Tìm $x \in N$ biết:

1. $(x - 47) - 115 = 0$

2. $2^x - 15 = 17$

3. $(7x - 11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 200$

4. $x^{10} = 1^x$

5. $x^{10} = x$

6. $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$

7. $2.3^x = 10.3^{12} + 8.27^4$

HƯỚNG DẪN – ĐÁP ÁN

- **DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC**

✓ $4^{10} \cdot 8^{15} = (2^2)^{10} \cdot (2^3)^{15} = 2^{20} \cdot 2^{45} = 2^{65}$

✓ $4^{15} \cdot 5^{30} = (2^2)^{15} \cdot 5^{30} = 2^{30} \cdot 5^{30} = (2.5)^{30} = 10^{30}$

$$\checkmark \frac{2^{10} \cdot 13 + 2^{10} \cdot 65}{2^8 \cdot 104} = \frac{2^{10} \cdot (13 + 65)}{2^8 \cdot 104} = \frac{2^{11} \cdot 39}{2^{11} \cdot 13} = \frac{39}{13} = 3$$

$$\checkmark (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37) \\ = (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \cdot (13 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 37 - 13 \cdot 15 \cdot 37) \\ = (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \cdot 0 = 0$$

$$\checkmark 19991999 \cdot 1998 - 19981998 \cdot 1999 = 1999 \cdot 10001 \cdot 1998 - 1998 \cdot 10001 \cdot 1999 = 0$$

$$\checkmark \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1} = \frac{101 \cdot (101 + 1)}{2} : \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{51 \text{ chữ số } 1} \\ = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101$$

$$\checkmark 6^{3^1} = 6^3 = 216$$

$$\checkmark 3^{2^3} = 3^8 = 6561$$

$$\checkmark \frac{11 \cdot 3^{22} \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2} = \frac{11 \cdot 3^{29} - 3^{30}}{2^2 \cdot 3^{28}} = \frac{(11 \cdot 3 - 3^2) 3^{28}}{2^2 \cdot 3^{28}} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\checkmark 9! - 8! - 7! \cdot 8^2 = 8! \cdot (9 - 1) - 7! \cdot 8^2 = 8 \cdot 8 \cdot 7! - 7! \cdot 8^2 = 8^2 \cdot 7! - 7! \cdot 8^2 = 0$$

$$\checkmark 27^{16} : 9^{10} = (3^3)^{16} : (3^2)^{10} = 3^{48} : 3^{20} = 3^{28}$$

a. DẠNG 2: TÌM CHỮ SỐ TẬN CÙNG

Bài 1: Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

- 74^{30} Lũy thừa của một số có tận cùng bằng 4 là một số có tận cùng bằng 6 nếu số mũ chẵn, tận cùng bằng 4 nếu số mũ lẻ. 30 là số chẵn nên 74^{30} có tận cùng bằng 6.
- 49^{31} Lũy thừa của một số có tận cùng bằng 9 là một số có tận cùng bằng 1 nếu số mũ chẵn, tận cùng bằng 9 nếu số mũ lẻ. 31 là số lẻ nên 49^{31} có tận cùng bằng 9.
- $87^{32} = (87^4)^8$ Ta có các số có tận cùng 7 nâng lên lũy thừa 4 thì được số có tận cùng bằng 1. Những số có tận cùng bằng 1 dù nâng lên lũy thừa bao nhiêu thì tận cùng cũng bằng 1. Vậy 87^{32} có tận cùng bằng 1.
- 58^{33} Ta có các số có tận cùng 8 nâng lên lũy thừa 4 thì được số có tận cùng bằng 6. Do đó ta biến đổi như sau: $58^{33} = (58^4)^8 \cdot 58 = (\dots 6)^8 \cdot 58 = (\dots 8)$. Vậy 58^{33} có tận cùng bằng 8.

5. 23^{35} Ta có các số có tận cùng 3 nâng lên lũy thừa 4 thì được số có tận cùng bằng 1. Do đó ta biến đổi như sau: $23^{35} = (23^4)^8 \cdot 23^3 = (\dots 1)^8 \cdot (\dots 7)$. Vậy 23^{35} có tận cùng bằng 7.
6. 2^{101} Ta có các số có tận cùng 2 nâng lên lũy thừa 4 thì được số có tận cùng bằng 6. Do đó ta biến đổi như sau: $2^{101} = (2^4)^{25} \cdot 2 = 16^{25} \cdot 2 = (\dots 6) \cdot 2 = (\dots 2)$. Vậy 2^{101} có tận cùng bằng 2
7. 3^{19} Ta có các số có tận cùng 3 nâng lên lũy thừa 4 thì được số có tận cùng bằng 1. Do đó ta biến đổi như sau: $3^{19} = (3^4)^4 \cdot 3^3 = (\dots 1)^4 \cdot 27 = \dots 7$. Vậy 3^{19} có tận cùng bằng 7.
8. $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20}$.

Bài 2: Tìm hai chữ số tận cùng của các số sau:

$$\Rightarrow 51^{51}$$

$51^{51} = (51^2)^{25} \cdot 51$. Một chữ số có tận cùng bằng 01 dù nâng lên bất kì lũy thừa tự nhiên nào cũng có tận cùng vẫn bằng 01 nên 51^{51} có tận cùng bằng 51.

$$\Rightarrow 99^{99}$$

$$(99^2)^{49} \cdot 9 = 9801^{49} \cdot 9$$

Một chữ số có tận cùng bằng 01 dù nâng lên bất kì lũy thừa tự nhiên nào cũng có tận cùng vẫn bằng 01 nên 9801^{49} có tận cùng bằng 01. Do đó, 99^{99} có tận cùng bằng 99.

$$\Rightarrow 6^{666}$$

Ta có 6^5 có tận cùng bằng 76. Một số tận cùng bằng 76 dù nâng lên bất kì một số tự nhiên nào khác 0 nào cũng vẫn tận cùng bằng 76. Do đó $6^{666} = (6^5)^{133} \cdot 6 = (\dots 76)^{133} \cdot 6 = (\dots 76) \cdot 6 = (\dots 56)$. Vậy 6^{666} có tận cùng là 56

b. DẠNG 3: SO SÁNH LŨY THỪA VỚI LŨY THỪA

1. 27^{11} và 81^8

Ta có: $27^{11} = (3^3)^{11} = 3^{33}$ và $81^8 = (3^4)^8 = 3^{32}$
 $3^{33} > 3^{32}$ nên $27^{11} > 81^8$

2. 625^5 và 125^7

Ta có: $625^5 = (5^4)^5 = 5^{20}$ và $125^7 = (5^3)^7 = 5^{21}$
 $5^{20} < 5^{21}$ nên $625^5 < 125^7$

3. 5^{36} và 11^{24}

Ta có $5^{36} = (5^3)^{12} = 125^{12}$
 $11^{24} = (11^2)^{12} = 121^{12} < 125^{12}$

1. $5^{36} > 11^{24}$

4. 3^{2n} và 2^{3n}

Ta có : $3^{2n} = 9^n$; $2^{3n} = 8^n$
 $9^n > 8^n \Rightarrow 3^{2n} > 2^{3n}$

5. 5^{23} và 6.5^{22}

Ta có: $6.5^{22} = (5 + 1).5^{22} = 5.5^{22} + 5^{22} = 5^{23} + 5^{22} > 5^{23}$
vậy $5^{23} < 6.5^{22}$

6. 199^{20} và 2003^{15}

$199^{20} < 200^{20} = (8.25)^{20} = (2^3.5^2)^{20} = 2^{60}.5^{40}$
 $2003^{15} > 2000^{15} = (16.125)^{15} = (2^4.5^3)^{15} = 2^{60}.5^{45}$
Vậy $2003^{15} > 199^{20}$

7. 3^{99} và 11^{21}

$11^{21} < 27^{21} = (3^3)^{21} = 3^{63} < 3^{99}$
vậy $3^{99} > 11^{21}$

c. DẠNG 4: TÌM GIÁ TRỊ CỦA SỐ TỰ NHIÊN

Bài 1: Tìm $x \in N$ biết:

a. $(x - 47) - 115 = 0$

$\Leftrightarrow x - 47 = 115$

$\Leftrightarrow x = 115 + 47$

$\Leftrightarrow x = 162$

b. $2^x - 15 = 17$

$$\Leftrightarrow 2^x = 32$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 2^5$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

c. $(7x - 11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 200$

$$\Leftrightarrow (7x - 11)^3 = 32 \cdot 25 + 200$$

$$\Leftrightarrow (7x - 11)^3 = 800 + 200$$

$$\Leftrightarrow (7x - 11)^3 = 1000$$

$$\Leftrightarrow (7x - 11)^3 = 10^3$$

$$\Leftrightarrow 7x - 11 = 10$$

$$\Leftrightarrow 7x = 21$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

d. $x^{10} = 1^x$

$$\Leftrightarrow x^{10} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

e. $x^{10} = x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

f. $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$

$$\Leftrightarrow (2x - 15)^3 \cdot [(2x - 15)^2 - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 15 = 0 \\ 2x - 15 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15/2 \\ x = 8 \end{cases}$$

g. $2 \cdot 3^x = 10 \cdot 3^{12} + 8 \cdot 27^4$

$$\Leftrightarrow 3^x = 5 \cdot 3^{12} + 4 \cdot 3^{12}$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 3^{12} \cdot (5 + 4)$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 3^{12} \cdot 3^2 = 3^{14}$$

$$\Leftrightarrow x = 14$$