**CHUYÊN ĐỀ SỐ NGUYÊN TỐ VÀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**A, LÝ THUYẾT**

1. Số nguyên tố:

Tìm các ước của 2; 3; 4; 5; 6

Các số 2; 3; 5 chỉ có hai ước là 1 và chính nó nên gọi là số nguyên tố, còn 4 và 6 có nhiều hơn hai ước nên gọi là hợp số

Đ/N: Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 và chỉ có hai ước là 1 và chính nó

Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 và có nhiều hơn 2 ước

Chú ý: Số 0, 1 không là số nguyên tố cũng không là hợp số

Số 2 là số nguyên tố chẵn duy nhât, các số nguyên tố còn lại đều là số lẻ

Các số nguyên tố < 20 là 2; 3; 5;7; 11; 13; 17; 19

**B, LUYỆN TẬP**

**Dạng 1: TÌM SỐ NGUYÊN TỐ**

Bài 1: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 3.4.5+6.7 b, 5.7.9.11-2.3.4.7 c, 3.5.7+11.13.17 d, 16354+67541

HD:

a, Ta có: , Vậy tổng trên là hợp số

b, Ta có: , Vậy tổng trên là hợp số

c, Ta có :  có chữ số tận cùng là 5 nên chia hết cho 5, Vậy tổng trên là hợp số

Bài 2: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 5.6.7+8.9 b, 5.7.9.11.13-2.3.7 c, 5.7.11+13.17.19 d, 4253+1422

HD :

a, Ta có :  , Vậy tổng trên là hợp số

b, Ta có :  , Vậy tổng trên là hợp số

c, Ta có :  là 1 số lẻ, và  cũng là 1 số lẻ, Nên tổng là số chẵn2=> Là hợp số

d, Ta có :  có chữ số tận cùng là 5 nên chia hết cho 5, Vậy tổng trên là hợp số

Bài 3: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 17.18.19.31+11.13.15.23 b, 41.43.45.47+19.23.29.31 c, 987654+54321

HD :

a, Ta có:  , là hợp số

b, Ta có:  là số lẻ,  là số lẻ, nên tổng là số chẵn nên là hợp số

c, Ta có :  có chữ số tận cùng là 5 nên chia hết cho 5, là hợp số

Bài 4: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 5.31.19.101+62.131.1989.17 b, 23.161.121.19-13.157.22.17 c, 123456789+729

Bài 5: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 5.7.8.9.11-132 b, 4.5.6+9.13 c, 7.11.13-5.6.7 d, 17.19.23+23.25.27

Bài 6: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 11.13.17-121 b, 15+3.40+8.9 c, 5.7.9-2.5.6 d, 90.17-34.40+12.51

Bài 7: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số:

a, 2010+4149 b,  c, 7.8.9.10-2.3.4.5 d, 

HD :

d, Dựa vào dấu hiệu chia hết cho 3

Bài 8: Tổng hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số: 1.2.3…. n + 1

HD :

Xét  là số nguyên tố

Xét  là hợp số. Vậy không kết luận được

Bài 9: Cho a=2.3.4.5….2008. Hỏi 2007 số tự nhiên liên tiếp sau có đều là hợp số không

a+2, a+3, a+4, ….. , a+2008

HD:

Ta có: 2007 số trên đều là hợp số vì chúng lần lượt chia hết cho 2; 3; 4;… ; 2008, Và lớn hơn 2

Bài 10: Thay chữ số d vào số  để được 1 hợp số

HD:

Vì 

Nếu  => là hợp số

Nếu  => là hợp số

Nếu => là hợp số

Nếu  là số nguyên tố

Bài 11: Thay chữ số vào \* để  là số nguyên tố

HD:

Vì 

Nếu  là hợp số

Nếu  là hợp số

Nếu  là số nguyên tố

Bài 12: Thay chữ số vào \* để  là số nguyên tố

Bài 13: Thay a vào  để được 1 số nguyên tố

Bài 14: Thay chữ số vào 8 để  là hợp số

Bài 15: Thay chữ số vào \* để  là số nguyên tố

Bài 16: Tìm số tự nhiên k để 3.k là số nguyên tố, 7.k là số nguyên tố

HD:

Vì 3.k chia hết cho 3, nên để là số nguyên tố thì 3k chỉ có 2 ước là 1 và chính nó, Vậy k=1

Vì 7.k chia hết cho 7, nên để là số nguyên tố thì 7k chỉ có 2 ước là 1 và chính nó, Vậy k=7

Bài 17: Thay dấu \* bằng chữ số thích hợp để mỗi số sau là số nguyên tố: 

Bài 18: Các số sau đây là số nguyên tố hay hợp số:

a, ( 2010 số 1) b,  ( 2009 số 3) c, n(n+1),n > 0 d, 3.5.7.9-28

HD:

a, Số  (2010 số 1) => là hợp số

b, Số  => Là hợp số

c, Số  có 2 TH :

Nếu  là số nguyên tố

Nếu  là hợp số vì n và n+1

d, Số  => là hợp số

Bài 19: Các số sau đây là số nguyên tố hay hợp số:

a, 3. b, 111…1 (2001 chữ số 1) c,  d, 1112111

HD:

a, Với  là số nguyên tố

Với  là hợp số

b, Số  ( 2001 chữ số 1) có tổng các chữ số là 20013=> là hợp số

c, Với  là số nguyên tố

Với  là hợp số

d, Số  là hợp số

Bài 20: Các số sau đây là số nguyên tố hay hợp số:

a, 111…1(2000 số 1) b, 1010101 c, 311141111

HD:

a, Số  (2000 số 1) chia hết cho 11 nên là hợp số

b, Số  nên là hợp số

c, Số  chia hết cho 31111 nên là hợp số

Bài 21: Tìm tất cả các số tự nhiên n để

a,  là số nguyên tố b,  là số nguyên tố

HD :

a, Ta có : , Vì  có thêm 2 ước là n và n+2

Để  là số nguyên tố thì  (thỏa mãn)

b, Nếu  là số nguyê tố

Nếu  là hợp số

Bài 22: Tìm số nguyên tố p sao cho:

a, p+2, p+4 cũng là số nguyên tố b, p+10, p+14 là số nguyên tố

HD :

a, Giả sử với  là số nguyên tố => là hợp số 

Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tố=> 

Với 

Nếu  giả sử là số nguyên tố  là hợp số =>

Nếu  giả sử là số nguyên tố => là hợp số=> 

Vậy p = 3 là số nguyên tố cần tìm

b, Giả sử với  là số nguyên tố  là hợp số 

Với  là số nguyên tố  đều là số nguyê tố

Với 

Nếu  giả sử là số nguyên tố là hợp số

Nếu  giả sử là số nguyên tố  là hợp số

Vậy p = 3 là số nguyên tố cần tìm

Bài 23: Tìm số nguyên tố p sao cho:

a, p+2, p+6, p+8, p+14 cũng là số nguyên tố b, p+6, p+8, p+12, p+14 cũng là số nguyên tố

HD :

a, Giả sử với  là số nguyên tố =>  là hợp số=>

Với  là số nguyên tố là hợp số=>

Với  là số nguyên tố =>  đều là số nguyên tố

Với 

Nếu  giả sử là số nguyên tố là hợp số

Nếu  giả sử là số nguyên tố là hợp số 

Nếu  giả sử là số nguyên tố là hợp số

Nếu  giả sử là số nguyên tố là hợp số

Vậy p=5 là số nguyên tố cần tìm

Bài 24: Tìm số nguyên tố p sao cho:

a, p+4, p+8 cũng là số nguyên tố b, p+94, p+1994 cũng là số nguyên tố

HD :

b, Giả sử với  là số nguyên tố => là hợp số 

Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tố=> 

Với 

Nếu  giả sử là số nguyên tố  là hợp số =>

Nếu  giả sử là số nguyên tố => là hợp số=> 

Vậy p = 3 là số nguyên tố cần tìm

Bài 25: Tìm số nguyên tố p sao cho:

a, p+18, p+24, p+26, p+32 cũng là số nguyên tố b, p+2, p+10 cũng là số nguyên tố

Bài 26: Tìm số nguyên tố p sao cho: p+2, p+8, p+16 đều là số nguyên tố

Bài 27: Tìm số nguyên tố p sao cho:

a, 2p-1, 4p-1 cũng là số nguyên tố b, 2p+1, 4p+1 cũng là số nguyên tố

HD:

a, Giả sử với  là số nguyên tố => là số nguyên tố 

Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tố=> 

Với 

Nếu  giả sử là số nguyên tố  là hợp số

=>

Nếu  giả sử là số nguyên tố => là hợp số

=> 

Vậy p = 3 và p = 2 là số nguyên tố cần tìm

b, Giả sử với  là số nguyên tố => là hợp số 

Với  là số nguyên tố  đều là số nguyên tố=> 

Với 

Nếu  giả sử là số nguyên tố  là hợp số

=>

Nếu  giả sử là số nguyên tố => là hợp số

=> 

Vậy p = 3 là số nguyên tố cần tìm

Bài 28: Tìm tất cả các số tự nhiên n để n+1, n+3, n+7, n+9, n+13, n+15 đều là số nguyên tố

Bài 29: Tìm tất cả các số nguyên tố p, q sao cho 7p+q và pq+11 cũng là số nguyên tố

HD :

Nếu  là số nguyên tố thì nó phải là số lẻ vì nó là số nguyên tố lớn hơn 2

Suy ra  là số chẵn, khi đó ít nhất 1 trong 2 số p hoặc q bằng 2

Giả sử :  là số nguyên tố

Nếu 

Nếu  và 

Nếu 

Với  là hợp số

Với  là hợp số

Vậy 

Xét tiếp TH giả sử  thì ta được 

Bài 29 : Cho p và p + 4 là các số nguyên tố (p > 3). Chứng minh rằng p + 8 là hợp số

Bài 30: Tìm số nguyên tố k để 5k là số nguyên tố

HD :

Thấy 5k luôn có 2 ước là 1 và chính nó

Nên  là hợp số

Để  là số nguyên tố thi k=1

Bài 31: Tìm số nguyên tố p sao cho 5p+7 là số nguyên tố

HD :

Nhận thấy  là số nguyê tố, và  cũng là số nguyên tố

Ngoài  thì p chỉ có thể là 

Nếu  là hợp số, nên 

Vậy p=2 là số nguyên tố cần tìm

Bài 32: Tìm số tự nhiên k để 11k cũng là số nguyên tố

Bài 33: Chứng minh rằng với mỗi số tự nhiên n (n>1) luôn tìm được n số tự nhiên liên tiếp đều là hợp số

HD :

Chọn số tự nhiên 

Khi đó ta có n số tự nhiên liên tiếp là  đều là hợp số

Vì n số trên lần lượt chia hết cho 

Bài 34: Tìm 2002 số tự nhiên liên tiếp đều là hợp số

HD :

Chọn 

Khi đó ta có 2002 số tự nhiên liên tiếp là đều là hợp số

Vì 2002 số trên lần lượt chia hết cho 

Bài 35: Tìm các số nguyên tố a sao cho 6a+13 là số nguyên tố và 

HD :

Ta có : Từ 25 đến 45 có 5 số nguyên tố là : 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43

Nên ta có bảng sau :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6a+13 | 29 | 31 | 37 | 41 | 43 |
| a |  | 3 | 4 |  | 5 |

Mà a là số nguyên tố nên a = 4 (loại)

Bài 36: Tìm các số nguyên tố a để 2a+7 là các số nguyên tố <20

Bài 37: Tìm 1 số nguyên tố, biết rằng số đó bằng tổng của hai số nguyên tố và bằng hiệu của hai số nguyên tố

HD :

Gọi số nguyên tố cần tìm là p, Nhận thấy p>2

Vì p vừa là tổng vừa là hiệu của 2 số nguyên tố nên trong đó phải có 1 số nguyên tố chẵn,

Như vậy số chẵn là 2,Khi đó ta có :

 ( với a, b là các số nguyên tố)

 là 2 số lẻ liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3, vậy phải có 1 số bằng 3

Nếu 

Nếu 

Nếu 

Vậy số nguyên tố cần tìm là 5

Bài 38: Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho 4p+11 là số nguyên tố <30

Bài 39: Tìm ba số tự nhiên lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố

Bài 40: Tìm ba số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng

Bài 41: Tìm các số nguyên tố a,b,c sao cho a.b.c = 3(a +b+c)

Bài 42: Tìm số nguyên tố p sao cho  có đúng 6 ước dương

HD:

Đặt A= , Để A có 6 ước thì 6=2.3=> 

Với 

Nếu A chứa 1 thừa số nguyên tố thì x+1=6=>x=5, Chọn thừa số nguyên tố bé nhất là 2 thì 

Nếu A chứa hai thừa số nguyên tố thì: x=2, y=1 hoặc ngược lại, để A nhỏ nhất ta chọn thừa số nguyên tố bé có số mũ lớn và thừa số lớn có số mũ bé là  ước: Đối chiếu đề bài ta thấy A>27 thì 32 thỏa mãn: =>  và 3 là số nguyên tố.

Bài 43: Cho 3 số nguyên tố lớn hơn 3 thỏa mãn số sau lớn hơn số trước là k đơn vị. CMR: 

HD:

Gọi 3 số nguyên tố thỏa mãn là: p, p+k và p+2k

=> k là số chẵn=> k chia hết cho 2, Giả sử k không chia hết cho 3 khi đó 

TH1: 

Với p chia 3 dư 1 thì: p=3n+1=> p+2k=3n+1+6m+2 chia hết cho 3 ( loại)

Với p chia 3 dư 2 thì: p=3n+2=> p+k = 3n+2+3m+1 chia hết cho 3(loại)

TH2: k=3m+2

Với p chia 3 dư 1 thì: p=3n+1=>p+k=3n+1+3m+2 chia hết cho 3 (loại)

Với p chia 3 dư 2 thì: p=3n+2=> p+2k=3n+2+6m+4 chia hết cho 3(loại)

nên k phải chia hết cho 3 nên k chia hết cho 3=> k chia hết cho 6

Bài 44: Tìm số nguyên tố p sao cho  cũng là số nguyên tố

Bài 45: Tìm mọi số nguyên tố thỏa mãn: 

HD:

Từ gt=> , nếu x chia hết cho 3 vì x nguyên tố nên x=3, lúc đó y=2 nguyên tố

Nếu x không chia hết cho 3 thì  chia hết cho 3 khi đó  chia hết cho 3, mà (2;3) =1

Nên y chia hết cho 3, => y=3 vậy không thỏa mãn,

Bài 46: Tìm số n nhỏ nhất để: n + 1; n + 3; n + 7 đều là nguyên tố.

Bài 47: Tìm hai số nguyên tố p và q biết rằng p > q sao cho p + q và p – q đều là các số nguyên tố.

Bài 48: Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn:  là số nguyên tố.

Bài 49: Tìm ba số nguyên tố x, y, z thỏa mãn: 

**Dạng 2: CHỨNG MINH LÀ HỢP SỐ**

Bài 1: Cho p và 8p-1 là số nguyên tố, chứng minh rằng 8p+1 là hợp số

HD:

Nhẩm thấy  là số cần tìm

Đặt 

Nếu  là số nguyên tố nên  là các số nguyên tố,

Thỏa mãn điều kiện đầu bài, Khi đó  là hợp số (đpcm)

Nếu  giả sử là số nguyên tố

và giả sử cũng là số nguyên tố, khi đó:  là hợp số(đpcm)

Nếu  là hợp số nên 

Bài 2: Chứng minh rằng: nếu p là số nguyên tố >3 và 2p+1 là số nguyên tố thì 4p+1 là hợp số

HD:

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên 

Nếu  là số nguyên tố

Nếu  là số nguyên tố  giả sử cũng là số nguyên tố,

Khi đó :  là hợp số, (đpcm)

Bài 3: Cho p là số nguyên tố >3, biết p+2 cũng là số nguyên tố, cmr p+1 chia hết cho 6

HD :

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3, nên 

Nếu  giả sử là số nguyên tố 

Nếu  giả sử là số nguyên tố giả sử cũng là số nguyên tố,

Khi đó : 

Mà  nguyên tố nên  là số lẻ là số lẻ =>3k là số lẻ=> k là số lẻ=> k+1 là số chẵn

 (đpcm)

Bài 4: Cho p và p+4 là số nguyên tố lớn hơn 3, cmr p+8 là hợp số

HD :

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3, nên p có dạng 

Nếu  là hợp số (loại)

Nếu  giả sử là số nguyên tố giả sử cũng là số nguyên tố,

Khi đó :  là hợp số (đpcm)

Bài 5: Chứng minh rằng với p là số nguyên tố lớn hơn 3 và 8p2 +1 là 2 số nguyên tố thì 8p2 -1 là hợp số

HD :

Vì  là 2 số nguyên tố lớn hơn 3 nên không chia hết cho 3

Khi đó ta có :  là 3 số nguyên liên tiếp nên phải có 1 số chia hết cho 3

Mà  , Vậy  hay là hợp số

Bài 6: Chứng minh rằng nếu p và p+2 là hai số nguyên tố >3 thì tổng của chúng chia hết cho 12

HD :

Đặt  Và 

Xét 3 số liên tiếp  phải có 1 số chia hết cho 3

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3, nên p không chia hết cho 3,

Mặt khác  vì nếu chia hết cho 3 thì  sẽ chia hết cho 3, như vậy 

Lại có p là số nguyên tố >3 nên p lẻ  là số chẵn 2, Vậy 

Bài 7: Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố >3 thì (p-1)(p+1) chia hết cho 24

HD :

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ không chia hết cho 2 và 3

Với p không chia hết cho 2  là hai số chẵn liên tiếp

Mặt khác p không chia hết cho 3 nên 

Nếu 

Nếu 

Bài 8: Cho p và 10p+1 là các số nguyên tố >3, cmr 5p+1 là hợp số

HD:

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên 

Với  giả sử là số nguyên tố,  giả sử cũng là số nguyên tố

Khi đó:  là hợp số (đpcm)

Với  giải sử là số nguyên tố  (loại)

Bài 9: Cho p và p+8 là các số nguyên tố (p>3) cmr p+4 là hợp số

Bài 10: Cho p và 4p+1 là hai số nguyên tố (p>3), cmr 2p+1 là hợp số

Bài 11: Cho p và 5p+1 là hai số nguyên tố (p>3), cmr 10p+1 là hợp số

Bài 12: Cho p và 8p+1 là hai số nguyên tố (p>3), cmr 4p+1 là hợp số

Bài 13: Cho p và p+10 là các số nguyên tố, cmr p+32 là hợp số

Bài 15: Ta biết rằng có 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100, hỏi tổng 25 số nguyên tố đó là số chẵn hay số lẻ

HD:

Trong 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100, có 1 số nguyên tố chẵn là số 2

Còn lại 24 số nguyên tố còn lại là số lẻ => tổng của 24 số lẻ cho ta 1 số chẵn

Vậy xét tổng của 25 số nguyên tố đó cho ta được 1 số chẵn

Bài 16: Tổng của ba số nguyên tố là 1012, Tìm số nguyên tố nhỏ nhất trong 3 số nguyên tố đó

HD:

Tổng của 3 số nguyên tố là 1012 là 1 số chẵn, nên bắt buộc phải có 1 số chẵn,

Mà số nguyên tố chẵn duy nhất cũng là nhỏ nhất là số 2

Bài 17: CMR mọi số nguyên tố >2 đều có dạng 4n+1 hoặc 4n-1

HD:

Mọi số nguyên tố p lớn hơn 2 đều có dạng 

TH1: Nếu k chẵn

TH2: Nếu k lẻ ,

Bài 18: CMR p là số nguyên tố >3 thì p có dạng 6k+1 hoặc 6k+5

HD:

Mọi số tự nhiên p lớn hơn 3 đều có dạng 

Vì nếu n lẻ thì p là số chẵn như vậy p không là số nguyên tố

Nên n phải chẵn , Xét 2 TH:

TH1: 

TH2: 

Bài 19: CMR nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3, sao cho 14p+1 cũng là số nguyên tố thì 7p+1 là bội số của 6

HD:

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ không chia hết cho 2 và 3

Khi đó  là 1 số chẵn nên chia hết cho 2

Mặt khác vì  không chia hết cho 3 nên p có dạng 

Với  giả sử là số nguyên tố,  nên 

Với  giả sử là số nguyên tố, Khi đó:

 Như vậy 

Bài 20: Cho p là số nguyênt ố lớn hơn 3, CMR:  là hợp số

Bài 21: Chứng minh rằng nếu p là tích của n số nguyên tố đầu tiên thì  và  không thể là các số chính phương

HD:

Vì p là tích của n số nguyên tố đầu tiên nên  và p không thể chia hết cho 4 (1)

- Giả sử p+1 là số chính phương, Đặt 

Vì p chẵn nên  lẻ lẻ =>m lẻ

Đặt  , Ta có:  Mẫu thuẫn với (1)

=>p+1 không thể là số chính phương

- Giả sử là 3 có dạng 3k+2 không là số chính phương

Vậy nếu p là tích của  số nguyên tố đầu tiên thì p – 1 và p + 1 không là số chính phương

Bài 22 : Cho  , Hỏi trong các số  số nào là số chính phương?

HD :

Ta có :  , có 

 không là số chính phương

Với  chẵn=>  lẻ nên B nhưng 

Và 2B chẵn nên 2B không chia cho 4 dư 1 hoặc dư 3, vậy 2B không là số chính phương

Với  là số lẻ, nên 

và  dư 1=> 2B +1 không là số chính phương

Bài 23 : Tìm số chính phương có 4 chữ số biết rằng 2 chữ số đầu giống nhau, 2 chữ số cuối giống nhau

HD :

Gọi số chính phương phải tìm là : 

Ta có :  (1)

Nhân xét thấy : 

Mà 

Thay vào (1) ta được :  là số chính phương

Bằng phép thử a từ 1 đến 9 ta thấy có a = 7 là thỏa mãn => b=4

Vậy số cần tìm là 7744

Bài 24 : Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3 thỏa mãn :  cũng là số nguyên tố, CMR : 

HD :

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3, nên 10p cũng không chia hết cho 3 (1)

Lại có  là số nguyên tố. (2)

Ta có :  là tích 3 số tự nhiên liên tiếp nên phải có 1 số chia hết cho 3



Lại có p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ=>  là số chẵn nên chia hết cho 2, khi đó



**Dạng 3: CHỨNG MINH LÀ MỘT SỐ NGUYÊN TỐ**

Bài 1: Chứng minh các số sau là hợp số

a,  b,  c,  d, 

HD:

a, Ta có:  là 1 số chẵn nên là hợp số

b,  là số chẵn nên là hợp số

c, Ta có :  là 1 số chẵn nên là hợp số

d, Tương tự là 1 số chẵn nên là hợp số

Bài 2: Chứng minh các số sau là hợp số

a,  b,  c,  d, 

HD:

b, Ta có :  có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên là hợp số

c, Ta có :  là số chẵn nên là hợp số

d,  là số chẵn nên là hợp số

Bài 3: Chứng minh các số sau là hợp số

a,  b,  c,  d, 

HD:

b, Ta có:  là số chẵn nên là hợp số

c, Ta có :nên

, khi đó là hợp số

Bài 4: Chứng minh các số sau là hợp số: 

Bài 5: Chứng minh các số sau là hợp số:

a,  b,  c,

HD:

a, Ta có: 

 

Vì 1001 chia hết cho 7 nên  là hợp số

b, Tách tương tự, nhưng vì  nên là hợp số

c, Tách tương tự, nhưng vì 100113 nên là hợp số

Bài 6: Một số nguyên tố chia cho 42 có số dư là r là hợp số, tìm r

Bài 7: Một số nguyên tố chia cho 30 có số dư là r, Tìm r biết r không là số nguyên tố

Bài 8: Cho C=222...22000...00777...77( 2011 số 2, 2011 số 0 và 2011 số 7). Vậy C là nguyên tố hay hợp số?

HD:

Tổng các chữ số của C là 2011(2+7)=2011.9 chia hết cho 9 nên C là hợp số

Bài 9: CMR: Hai số lẻ liên tiếp bao giờ cũng nguyên tố cùng nhau.

Bài 10: Có hay không số nguyên tố mà khi chia cho 12 được dư 9

Bài 11: CMR : Trong ba số nguyên tố lớn hơn 3, luôn tồn tại 2 số nguyên tố mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 12

Bài 12: Một số nguyên tố p khi chia cho 42 có số dư là 1 hợp số r, tìm r

Bài 13: Cho a,b,c,d là các số nguyên dương thỏa mãn : , CMR : a+b+c+d là hợp số

HD:

Ta có : 

=> Mà  Do đó  Vậy a+b+c+d  nên a+b+c+d là hợp số

Bài 14 : Cho các số nguyên dương a,b,c,d thỏa mãn : ab=cd. Chứng minh rằng :  là 1 hợp số với mọi số tự nhiên n

**CHUYÊN ĐỀ: SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

Định nghĩa:

Số chính phương là bình phương của 1 số tự nhiên

Như vậy: A là số chính phương thì A có dạng 

VD: 0;1;4;9;16;25;…

Tính chất:

* Số chính phương chỉ có thể tận cùng là 0,1,4,5,6,9
* Khi phân tích ra thừa số nguyên tố, số chính phương chỉ chứa thừa số với mũ chẵn.

Hệ quả:

+ Tích các số chính phương là 1 số chính phương

+ Số chính phương  2 thì 4

+ Số chính phương  3 thì 9

+ Số chính phương  5 thì 25

+ Số chính phương  8 thì 16

+ Số lượng các ước lẻ là số chính phương và ngược lại

+ Số chính phương chia 3 chỉ có thể dư 0 hoặc 1

**Dạng 1: CHỨNG MINH LÀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

Bài 1: Các tổng sau có phải là số chính phương không?

a/  b/  c/ d/ 

e/ 

HD:

a, Tổng A Chi hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9 nên không là số chính phương

b, Tổng B có chữ số tận cùng là 3 nên không là số chính phương

c, Ta có:  có chữ số tận cùng là 8 nên không là số chính phương

d, Ta có:  chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 25 nên không là số chính phương

e, Ta có:  có tổng các chữ số là 3 nên chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 nên không là số chính phương.

Bài 2: Cho , chứng minh rằng A+4 không là số chính phương?

HD:

Tính tổng A ta được: không là số chính phương vì có mũ lẻ

Bài 3: Cho , chứng minh rằng 2B+3 không là số chính phương?

HD:

Tính tổng B ta được:  không là số chính phuownh vì mũ lẻ

Bài 4: Viết liên tiếp từ 1 đên 12 ta được 1 số A=1234…1112 hỏi số A có thể có 81 ước không?

HD:

Giả sử A là số chính phương, ta có tổng các chữ số của A là:

 nhưng  9 nên không là số chính phương

Khi đó A không thể có 81 ước

Hoặc chỉ ra A có chữ số tận cùng là 2, nên A không là số chính phương

Bài 5: Tìm số nguyên tố  để  là số chính phương (a>b>0)

HD:

Phân tích ta có: 

Để là số chính phương thì a-b là số chính phương

Mà 

TH1: Với 

Thấy có 43 là số nguyên tố

TH2: Với 

Có 73 là số nguyên tố

Vậy số  bằng 43 hoặc 73

Bài 6: Tìm số có dạng  sao cho  là số chính phương

Bài 7: Số 101112…20 có là số chính phương không?

HD:

Số trên có 3 chữ số tận cùng là 0 nên không là số chính phương

Bài 8: Chứng minh rằngkhông phải là số chính phương

HD:

Tổng trên có chữ số tận cùng là 8 nên không là số chính phương

Bài 9: Chứng minh rằng số 1234567890 không là số chính phương?

HD:

Số trên chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 25 nên không là số chính phương

Bài 10: Chứng minh rằng nếu 1 số có tổng các chữ số là 2004 thì số đó không là số chính phương?

HD:

Số có tổng các chữ số là 2004 thì số đó chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9

Bài 11: Chứng minh rằng 1 số có tổng các chữ số của nó là 2006 không phải là 1 số chính phương

HD:

Số chính phương khi chia cho 3 chỉ có thể dư 0 hoặc 1

Số trên có tổng các chữ số là 2006 nên chia 3 dư 2, vậy không phải là số chính phương

Bài 12: Chứng minh rằng tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2005 không là số chính phương?

HD:

Ta có: 

Phân tích A ta thấy A không là số chính phương

Bài 13: Chứng minh rằng không là số chính phương?

HD:

Ta có:  dư 3, =>  => n không là số chính phương

Bài 14: Tìm số chính phương có 4 chữ số, biết rằng hai chữ số đầu giống nhau, hai chữ số cuối giống nhau

HD:

Gọi số chính phương cần tìm là: 

Ta có:  (1)

Thấy  Thay vào (1) ta được:

 là số chính phương

Thử a=1, 2, 3, …., 9 thấy a=7 thỏa mãn=> b=4

Bài 15: Chứng minh rằng các số sau là số chính phương

a,  b, 

HD:

b, Tính tổng B ta được:  Vậy tổng trên là số chính phương

Bài 16: Tìm số tự nhiên n có hai chữ số biết 2n+1 và 3n+1 đều là số chính phương

HD:

Ta có: ,

Tìm các số chính phương lẻ trong khoảng trên ta được: 25; 49;81; 121; 169

ứng với n=12, 24, 40, 60, 84

Khi đó 3n+1=37, 73, 121, 181, 253, Thấy chỉ có 121 là số chính phương, vậy n=40

Bài 17: Tìm số tự nhiên n có hai chữ số để 3n+1 và 4n+1 đều là các số chính phương

Bài 18: Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng nhân nó với 135 thì ta được 1 số là số chính phương

HD:

Gọi số phải tìm là n, ta có: 

Hay  là số chính phương=> n=3.5.k2

Với k=1=>n=15

Vơi k=2=>n=60

Với k 3=>n135 (loại)

Vậy số cần tìm là 15 hoặc 60

Bài 19: Các số sau là số chính phương không?

a,  b,  c,  d,  e, 

HD:

a, Ta có:  ( Vô lý)

b, Ta có:  ( Vô lý)

c, Ta có: =>  ( Vô lý)

d, Ta có:  , Số 2001 chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9

e, 

 mà  nên A không thể là số chính phương

Bài 20: Cho 4 số 3,6,8,8 tìm số chính phương được lập từ 4 số trên

HD:

Gọi  là số chính phương phải tìm. Vì số chính phương không có tận cùng là 3; 8 nên

 có tận cùng là 6=>  tận cùng là 36 hoặc 86

Nếu tận cùng là 86 thì nó 2 nhưng  4 nên phải có tạn cùng là 36

Vậy số cần tìm là 8836

Bài 21: Cho 4 số 0,2,3,4 Tìm số chính phương có 4 chữ số từ 4 số trên

HD:

Gọi  là số chính phương phải tìm=>  có tận cùng là 0 hoặc 4

Nếu n có tận cùng là 0 thì  có tận cùng là 00=> loại

n có tận cùng là 4 thì  có tận cùng là 04, 24, 34

Do  là số chính phương nên nếu 2 thì 4=> tận cùng là 04 hoặc 24

Xét các số: 2304; 3204; 3024 chỉ có 2304 là số chính phương

Bài 22: Cho 4 số 0,2,3,5 Tìm số chính phương có 4 chữ số từ 4 số trên

HD:

Gọi  là số chính phương phải tìm=>  có tận cùng là 0 hoặc 5

Nếu n có tận cùng là 0=>  tận cùng là 00 ( loại)

Nếu n có tận cùng là 5=>  có tận cùng là 25

Ta có số cần tìm là 3025

Bài 23: Cho 4 số 0,2,4,7 Tìm số chính phương có 4 chữ số gồm cả 4 só trên

HD:

Gọi  là số chính phương cần tìm=>  có tận cùng là 0 hoặc 4

Nếu n có tận cùng là 0 thì  có tận cùng là 00 (loại)

Nếu n có tận cùng là 4 thì  có tận cùng là 04; 24; 74

Do n là số chính phương nên nếu chia hết cho 2 thì sẽ chia hết cho 4

=>  có tận cùng là 04 hoặc 24

Khi đó ta có các số: 2704; 7204; 7024, trong các số trên chỉ có số 2704 là số chính phương.

Bài 24: Tổng các chữ số của 1 số chính phương có thể là 1983 không?

HD:

Tổng các chứ số của 1 số là 1983 thì số đó chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9,

nên số chính phương không có tổng là 1983

Bài 25: Cho , hỏi A có là số chính phương không?

HD:

Nhận thấy A chia hết cho 5 nhưng A lại không chia hết cho 25 nên A không là số chính phương

Bài 26: Chứng minh rằng tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp không là số chính phương?

HD:

Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp là: a, a+1, a+2, a+3

Xét tổng ta có: S= 4a+6, thấy tổng chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 4 nên không là số chính phương

Bài 27: Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng nếu nhân nó với 45 thì ta được 1 số chính phương?

HD:

Gọi số cần tìm là n, ta có: 

Hay 

Khi đó với k=1=> n=5( loại)

K=2=>n=20 ( nhận)

K=3=>n=45( nhận)

K=4=>n=80 ( nhận)

K=5=>n=125 ( loại)

Bài 28: Tìm a sao cho số  là số chính phương

Bài 29: Tìm số , biết:  là số chính phương

Bài 30: Tìm a,b sao cho  là bình phương của 1 số tự nhiên

Bài 31: Cho 

a, Tính S

b, Chứng tổ S là 1 số chính phương

c, Tìm các ước nguyên tố khác nhau của S

Bài 32: Cho A=1-2+3-4+...+19-20

a, A có chia hết cho 2;3;5 không?

b, Tìm tất cả các ước của A

Bài 33: CMR: tổng các bình phương của 5 số tự nhiên liên tiếp không thể là 1 số chính phương

HD:

Gọi 5 số tự nhiên liên tiếp là: n-2,n-1,n, n+1, n+2, trong đó n là số tự nhiên và 

Xét tổng bình phương: , Vì  không thể có tận cùng là 3 hoặc 8, nên  không thể chia hết cho 5 hay A không là số chính phương

Bài 34: Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết n+4 và 2n đều là các số chính phương

HD:

Vì n là số có hai chữ số nên 9<n<100=>18<2n<200

Mặt khác 2n là số chính phương chẵn nên 2n có thể nhận các giá trị 36, 64, 100, 144, 196

Với 2n=36=>n=18=>n+4=22 không là số chính phương

Với 2n=64=>n=32=>n+4=36 là số chính phương

Với 2n=100=>n=50=>n+4=54 không là số chính phương

Với 2n=144=>n=72=>n+4=76( loại)

Với 2n=196=>n=98=<n+4=102(loại)

Bài 35: CMR: với mọi số tự nhiên a, tồn tại số tự nhiên b sao cho 4+ab là số chính phương

Bài 36: CMR:  là số chính phương khi có n-2 số 9 và n số 0

HD:



 là số chính phương

Bài 37: Cho ;  và . Chứng minh rằng  là số chính phương.

Bài 38: Tìm hai số nguyên dương x, y () thỏa mãn hai số  và  đều là số chính phương.

Bài 39: Cho  , CMR: S không phải là số chính phương

HD:

Ta có: 

Vì  nên  , Mặt khác: 

Vậy S không thể là số chính phương

Bài 40: Chứng minh rằng: Nếu  và  đều là số chính phương thì n chia heetscho 40

Bài 41: Với a, b là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn: 

CMR: a-b và  là các số chính phương